

B1786

FACULTY OF SCIENCE

B.A./B.Com./B.Sc. II Semester (3YDC) Examination, May/June - 2023

Subject : MATHEMATICS

Course Code No. & Name : BS217MAT - Differential Equations

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 80

[Min. Marks : 32

SECTION - A

[Marks : $4 \times 5 = 20$]

Instructions to the candidates:

అభ్యర్థులకు సూచనలు :

a) Answer any four of the following questions.

ఈ క్రింది ప్రశ్నలలో ఏవేని నాల్గింటికి జవాబులు రాయండి.

b) Each question carries 5 marks.

ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1) Evaluate $\int \frac{x+2}{2x^2+6x+5} dx$ ను గణించండి.

2) Find $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{4+5\cos x}$ ను కనుక్కోండి.

3) Form the differential equation by eliminating a, b from $xy = ae^x + be^{-x} + x^2$.
 $xy = ae^x + be^{-x} + x^2$ నుంచి a, b లను తొలగించి అవకలన సమీకరణాన్ని రచన చేయండి.

4) Solve $x dx + y dy = 2(x dy - y dx)$ ను సాధించండి.

5) Solve $2p^3 + \frac{y}{p} = x$ ను సాధించండి.

6) Solve $(D^2-5D+6)y = 0$ ను సాధించండి.

P.T.O.

7) Solve $(D^2 + D + 1)y = x^2$ ను సాధించండి.

8) Form the partial differential equation by eliminating f from $z = x^n f\left(\frac{y}{x}\right)$.

$z = x^n f\left(\frac{y}{x}\right)$ నుంచి f ను తొలగించి పార్షియల్ డిఫరెన్షియల్ సమీకరణ రచన చేయండి.

SECTION - B

[Marks : $4 \times 10 = 40$]

Instructions to the candidates :

అభ్యర్థులకు సూచనలు :

a) **Answer four questions of the following.**

ఈ క్రింది ప్రశ్నలలో నాల్గింటికి జవాబులు రాయండి.

b) **Each question carries 10 marks.**

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

9) a) If $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x \, dx$ & $n > 1$, then show that $I_n + n(n-1)I_{n-2} = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1}$.

Hence find I_4 .

$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x \, dx$ & $n > 1$ అయిన $I_n + n(n-1)I_{n-2} = n\left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1}$ అని నిరూపించి,

I_4 విలువ కనుక్కోండి.

OR

b) Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ దీర్ఘవృత్తం చే ఆవరించబడిన వైశాల్యంను కనుక్కోండి.

10) a) Solve $(x^2y^3 + xy)\frac{dy}{dx} = 1$ ను సాధించండి.

OR

b) Solve $(y^4 + 2y)dx + (xy^3 + 2y^4 - 4x)dy = 0$ ను సాధించండి.

11) a) Find the Orthogonal Trajectories of $x^2 + y^2 + 2fy + 1 = 0$, where 'f' is a parameter.

'f' పరామితితో $x^2 + y^2 + 2fy + 1 = 0$ కు లంబసంఛేదాలను కనుక్కోండి.

OR

b) Solve the following equations

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{x+z} = \frac{dz}{-z}$$

పై సమీకరణాలను సాధించండి.

12) a) Solve $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} - 7y = x^2 + 5x$ ను సాధించండి.

OR

b) Solve $z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2$ ను సాధించండి.

SECTION - C

[Marks : 20 × 1 = 20]

Instructions to the candidates :

అభ్యర్థులకు సూచనలు :

a) Answer all of the following questions.

ఈ క్రింది ప్రశ్నలు అన్నింటికీ సమాధానాలు రాయండి.

b) Each question carries 1 mark.

ప్రతి ప్రశ్నకు 1 మార్కు.

I. Multiple Choice Questions. Choose the correct answer.

బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలకు సరైన సమాధానాన్ని ఎన్నుకోండి.

13) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^{n+1}}{n+1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

a) x^{n+1}

b) x^{n-1}

c) x^n

d) x

14) $\int e^2 dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

a) e^2

b) $e^2 x$

c) x

d) ex

15) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

a) $\sec x$

b) $\tan x$

c) $\sec^2 x$

d) $\cos^2 x$

16) $\int \sin^{-1} x \, dx =$

a) $x \sin^{-1} x + C$

b) $\sqrt{1-x^2} + C$

c) $x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + C$

d) $x \sin^{-1} x + \sqrt{1+x^2} + C$

17) $\int_0^a e^{2x} \, dx =$ _____.

a) $\frac{1}{2}(e^{2a} - 1)$

b) $\frac{e^{2a}}{2}$

c) $2e^{2a}$

d) $2e^a$

18) The degree of the equation $y = xy' + k \left[\sqrt{1 + (y')^2} \right]:$

$y = xy' + k \left[\sqrt{1 + (y')^2} \right]$ యొక్క తరగతి :

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

19) The degree of the homogeneous function $f(x, y) = xy - y^2$.

$f(x, y) = xy - y^2$ సమఘాతీయ ప్రమేయం యొక్క తరగతి :

a) 2

b) 1

c) 3

d) 0

20) The condition for exact differential equation is

అవకలన సమీకరణం యదార్థం కావటానికి నియమం :

a) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

b) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$

c) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial y}{\partial x}$

d) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial x}{\partial y}$

21) $d(x^2 + y^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

a) $x dx + y dy$

b) $2(x dx + y dy)$

c) $x dx - y dy$

d) $2(x dx - y dy)$

22) The particular Integral of $(D^2 + 1)y = e^{-2x}$ is

$(D^2 + 1)y = e^{-2x}$ యొక్క ప్రత్యేక సమాకలని :

a) $\frac{1}{5}e^{-2x}$

b) $\frac{3}{5}e^{-2x}$

c) e^{-2x}

d) $5e^{-2x}$

II. Match the following:

ఈ క్రింది వాటిని జతపరచండి:

A

B

23) $\int \sec^2 x \, dx$

a) $e^{\int P(x)dx}$

24) $\int \sec x \cdot \tan x \, dx$

b) $e^{\int Q(x)dx}$

25) Integrating factor of $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ c) $\sec x + C$

26) $d(x^2y)$

d) $\tan x + C$

27) $d(xy^2)$

e) $2xy \, dx + x^2 \, dy$

f) $y^2 \, dx + 2xy \, dy$

ఎ

బి

23) $\int \sec^2 x \, dx$

ఎ) $e^{\int P(x)dx}$

24) $\int \sec x \cdot \tan x \, dx$

బి) $e^{\int Q(x)dx}$

25) $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ యొక్క సమాకలన గుణకం సి) $\sec x + C$

26) $d(x^2y)$

డి) $\tan x + C$

27) $d(xy^2)$

ఇ) $2xy \, dx + x^2 \, dy$

ఎఫ్) $y^2 \, dx + 2xy \, dy$

III. Fill in the Blanks:

ఖాళీలను పూరించండి:

28) Integrating factor of $M(x,y)dx + N(x,y)dy$, $\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = N f(x)$ is _____.

$M(x,y)dx + N(x,y)dy$, $\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = N f(x)$ యొక్క సమాకలన గుణకం _____.

29) Three linearly independent solutions of $y''' - 3y' + 2y = 0$.

$y''' - 3y' + 2y = 0$ యొక్క 3 ఏకఘాత స్వతంత్ర సాధనలు _____.

30) Particular Integral of $(D^2 + D + 1)y = x^2$ is _____.

$(D^2 + D + 1)y = x^2$ యొక్క ప్రత్యేక సమాకలని _____.

31) $\int \sin^m x \cdot \cos^n x \, dx$, $m, n \geq 2 =$ _____.

32) $\int_0^2 e^x \, dx =$ _____.

x x x